

Cet article est disponible en ligne à l'adresse :

http://www.cairn.info/article.php?ID_REVUE=REDP&ID_NUMPUBLIE=REDP_172&ID_ARTICLE=REDP_172_0209

Comment intégrer le risque dans le calcul économique ?

par Christian GOLLIER

| Dalloz | Revue d'économie politique

2007/2 - Volume 117

ISSN 0373-2630 | pages 209 à 223

Pour citer cet article :

— Gollier C., Comment intégrer le risque dans le calcul économique ?, Revue d'économie politique 2007/2, Volume 117, p. 209-223.

Distribution électronique Cairn pour Dalloz.

© Dalloz. Tous droits réservés pour tous pays.

La reproduction ou représentation de cet article, notamment par photocopie, n'est autorisée que dans les limites des conditions générales d'utilisation du site ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Toute autre reproduction ou représentation, en tout ou partie, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit, est interdite sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, en dehors des cas prévus par la législation en vigueur en France. Il est précisé que son stockage dans une base de données est également interdit.

Comment intégrer le risque dans le calcul économique ?

Christian Gollier*

Dans cet article, j'explique pourquoi il est raisonnable d'actualiser des coûts et bénéfices futurs sans risque à 4 % à court terme et à 2 % à long terme. La prise en compte du risque du projet d'investissement doit se faire par l'imputation de primes de risque aux cash-flows futurs plutôt que par une hausse arbitraire du taux d'actualisation. Il faut aussi tenir compte des valeurs d'option de report de l'investissement. Ceci suggère que la baisse du taux d'actualisation récemment proposée par le Commissariat au Plan ne devrait pas augmenter massivement le nombre de projets d'investissement public dont la VAN est positive, si la prise en compte du risque est convenablement intégrée au calcul économique.

analyse coût-bénéfice - actualisation - prime de risque - investissement public

How to integrate the risk into the economic calculation?

In this paper, I explain why it is sensible to discount future risk free costs and benefits at a rate of 4 % in the short run and of 2% in the long run. The riskiness of future cash flows must be taken into account by imputing risk premia rather than by an arbitrary increase in the discount rate. Option values must also be integrated in the analysis. This suggests that the recent reduction of the discount rate proposed by the Commissariat au Plan should not massively increase the number of public investment projects with a positive NPV if risk is correctly integrated in the cost-benefit analysis.

cost-benefit analysis - discounting - risk premium - public investment

Classification JEL: H43, D92

Ce texte cherche avant tout à proposer une approche simple à la prise en compte du risque dans l'évaluation des investissements collectifs. Il ne fait que synthétiser un vieux débat sur ce sujet sous une forme que j'ai voulu la plus pédagogique possible, en évitant tout développement théorique inutile.

* Université de sciences économique, Toulouse.

1. Justification de la VAN en incertitude

On considère une économie « à la Lucas (1978) » en temps discret, avec un agent représentatif éternel. L'existence d'un agent représentatif dans une économie hétérogène est démontrée par exemple par Constantinides (1982). Gollier (2001a) montre comment prendre en compte l'inégalité des richesses dans le calcul économique. L'espérance de vie infinie de l'agent représentatif signifie implicitement que les consommateurs intègrent les préférences de leurs descendants comme si c'étaient les leurs. Cet agent représente les générations présentes et futures.

Dans ce modèle, je ne cherche pas à expliquer la croissance économique. Elle prend la forme d'un vecteur exogène de variables aléatoires c_0, c_1, c_2, \dots de dimension infinie, où c_t représente la consommation par habitant à la date t . On suppose connue la distribution de probabilité de ce vecteur, conditionnellement à toutes les informations disponibles aujourd'hui ($t = 0$). Cette distribution caractérise le risque macroéconomique et son évolution dans le temps. Le bien-être intertemporel de l'agent représentatif est mesuré par la valeur actuelle de son flux d'espérance d'utilité future :

$$V_0 = \sum_{t=0}^{\infty} e^{-\delta t} Eu(c_t).$$

Le paramètre de préférence pure pour le présent est noté δ . La fonction d'utilité u est supposée croissante et concave.

En Janvier 2005, le Commissariat Général au Plan remettait un rapport préconisant la baisse du taux (réel) d'actualisation de 8 à 4 %, et même 2 % pour des horizons temporels supérieurs à 30 ans. A cette occasion, une critique récurrente s'éleva pour prédire une augmentation massive des projets d'investissements publics franchissant le test de la valeur actualisée nette (VAN) positive, en particulier pour les projets aux bénéfices s'étalant sur le très long terme (lutte contre l'effet de serre, biodiversité, gestion des déchets). Or, l'Etat français ne prévoit ni d'augmenter la pression fiscale, ni de creuser son déficit pour faire face au financement de ces investissements. Le risque serait donc de voir le politique choisir arbitrairement ceux de ces projets qu'il mettrait en œuvre ; un échec évident du calcul économique.

Le choix d'un taux de 8 % en 1985 avait été justifié en partie par la nécessité d'intégrer une prime de risque de 1 % dans le calcul économique public. Cette méthode consistant à réduire les VAN de tous les projets en augmentant uniformément le taux d'actualisation est critiquable à plus d'un point de vue. Elle ne peut être justifiée que si tous les projets d'investissement publics en concurrence de financement ont des risques comparables autant en intensité qu'en corrélation avec le risque macroéconomique, et qu'en étale-ment dans le temps. Dans le cas contraire, le choix d'un taux uniforme de 8 % pénalise injustement les projets les moins risqués, ou ceux dont les incertitudes sont les plus éloignées dans le temps. Ce sont les raisons pour

lesquelles le rapport du Plan de Janvier 2005 rejette cette méthode et propose d'intégrer le risque dans l'évaluation de cash-flows équivalent certains plutôt que dans le choix du taux d'actualisation, c'est-à-dire qu'il propose d'intégrer le risque dans le numérateur plutôt que dans le dénominateur de la VAN.

Cette méthode a plusieurs avantages. Avant tout, elle rend au taux d'actualisation sa vraie fonction, celle d'un taux de change entre consommation future certaine et consommation immédiate. En conséquence, elle réaffirme la règle indispensable de l'unicité du taux d'actualisation. Guesnerie (2004) propose au contraire un taux d'actualisation écologique pour tenir compte de la hausse tendancielle de la valeur relative des actifs environnementaux. Je propose plutôt de maintenir le taux unique et d'intégrer ces évolutions du prix relatifs dans l'évaluation des flux. Bien sûr, cela revient au même si le taux écologique est choisi correctement. Le cas le plus classique est celui des ressources non renouvelables, pour laquelle la règle d'Hotelling nous dit que les prix relatifs augmenteront au taux d'intérêt. Actualiser des flux dont la valeur croît au taux d'intérêt est équivalent à additionner les flux non actualisés (taux écologique nul). Etant donné l'histoire mouvementée du taux d'actualisation et l'importance de la confusion régnant sur son niveau, la règle de l'unicité me semble offrir de meilleures garanties de transparence.

On considère un projet d'investissement caractérisé par un vecteur de cash-flows aléatoires (X_0, X_1, X_2, \dots) , où X_t est le bénéfice net des coûts à la date t généré par l'investissement. On suppose connue la distribution de probabilité de ces cash-flows, ainsi que leur corrélation avec le risque macroéconomique.

Les bénéfices et les coûts du projet sont équitablement partagés par les consommateurs. Soit ε la part des cash-flows nets perçus par chaque consommateur. Si le projet d'investissement est réalisé, l'agent représentatif obtiendra un niveau de bien-être égal à :

$$V_1 = \sum_{t=0} e^{-\delta t} Eu(c_t + \varepsilon X_t).$$

Evidemment, le projet est socialement désirable si l'agent représentatif voit son bien-être intertemporel augmenté grâce à la réalisation de l'investissement, c'est-à-dire si V_1 est supérieur à V_0 . Comme on suppose une population de grande taille, la part ε est très petite. En conséquence, V_1 est supérieur à V_0 si :

$$\left. \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\sum_{t=0} e^{-\delta t} Eu(c_t + \varepsilon X_t) \right] \right|_{\varepsilon=0} > 0,$$

ou encore si :

$$\sum_{t=0} e^{-\delta t} EX_t u'(c_t) > 0.$$

Comme X_0 et c_0 sont certains, on peut réécrire cette condition nécessaire et suffisante comme :

$$VAN = X_0 + \sum_{t=1} e^{-r_t t} B_t > 0, \quad [1]$$

avec :

$$e^{-r_t t} = e^{-\delta t} \frac{Eu'(c_t)}{u'(c_0)} \quad [2]$$

et :

$$B_t = \frac{EX_t u'(c_t)}{Eu'(c_t)}. \quad [3]$$

On voit que le projet d'investissement est socialement désirable si sa VAN exprimée par (1) est positive. Le taux d'actualisation r_t défini par (2) est indépendant du projet considéré. Il est donc unique et universel, mais peut varier en fonction de la maturité t du cash-flow. Par contre, le cash-flow équivalent certain B_t dépend à la fois des incertitudes sur c_t et sur X_t . Ainsi, on voit que nous avons effectivement séparé les problématiques de choix de taux d'actualisation et de prise en compte du risque du projet. La formule (1) nous montre donc la procédure à suivre pour mener à bien l'évaluation des projets d'investissement.

Proposition : Lorsque les cash-flows (X_0, X_1, \dots) d'un projet d'investissement ainsi que les anticipations de croissance économique (c_0, c_1, \dots) sont incertains, ce projet est socialement efficace si sa valeur actualisée nette est positive. Cette VAN est évaluée en deux étapes : Pour chaque maturité t ,

1. *On calcule le bénéfice équivalent certain B_t à partir de la formule (3) ;*
2. *On actualise ce bénéfice au taux r_t défini par la formule (2).*

Finalement, la VAN est obtenue en sommant ces bénéfices équivalents certains actualisés.

2. Choix du taux d'actualisation

Le taux d'actualisation socialement efficace dérivé de la formule (2) peut se réécrire comme :

$$r_t = \delta - \frac{1}{t} \ln \left(\frac{Eu'(c_t)}{u'(c_0)} \right). \quad [4]$$

Cette formule se retrouve dans tous les livres de référence en finance, tel Cochrane (2001). Elle fonde la théorie moderne de la structure par terme des taux d'intérêt initiée par Vasicek (1977) et Cox, Ingersoll et Ross (1985). Elle est généralement traduite dans un cas très particulier, qui combine deux hypothèses supplémentaires. La première suppose que l'utilité marginale est une fonction puissance : $u'(c) = c^{-\gamma}$, où γ est l'indice relatif d'aversion au risque. La seconde hypothèse caractérise le processus de croissance exogène. Supposons pour l'instant que le logarithme de la consommation suive un mouvement Brownien de tendance connue μ et de volatilité σ . Ceci implique que $\ln c_t$ est normalement distribué d'espérance $\mu t + \log c_0$ et de variance $\sigma^2 t$. En combinant ces deux spécifications, on obtient que :

$$\frac{Eu'(c_t)}{u'(c_0)} = E \exp(-\gamma(\log c_t - \log c_0)) = \exp(-\gamma(\mu t - 0,5\gamma\sigma^2 t)). \quad [5]$$

Dans la seconde égalité, j'ai utilisé la propriété bien connue selon laquelle l'approximation d'Arrow-Pratt est exacte dans le cas de risque normalement distribué et fonction exponentielle. Je démontre cette propriété dans l'annexe. En combinant les équations (4) et (5), on obtient que la règle de Ramsey généralisée à l'environnement risqué :

$$r_t = \delta + \gamma\mu - \frac{1}{2}\gamma^2 \sigma^2. \quad [6]$$

Dans Gollier (2002a) et Gollier (2005), je donne une intuition à cette formule qui permet de déduire le taux d'actualisation efficace à partir des anticipations de croissance de l'économie et des préférences des agents. Le taux d'actualisation socialement efficace a trois composantes, comme indiqué dans le membre de droite de l'équation (6). La première composante est le taux de préférence pure pour le présent, δ . La seconde composante est un effet richesse. Parce que l'agent représentatif anticipe une hausse de sa consommation ($\mu > 0$), un euro supplémentaire à l'avenir a un effet sur son utilité plus faible qu'un euro supplémentaire immédiat, puisque son utilité marginale est décroissante avec la consommation ($\gamma > 0$). Puisque l'agent a une préférence pour le lissage de sa consommation dans le temps puisque son utilité est concave, il n'acceptera de sacrifier une partie de sa consommation déjà relativement faible que s'il obtient une rémunération suffisamment attractive de cette épargne supplémentaire. Pourquoi faire des sacrifices pour un avenir de toute façon plus riche que le présent ? Cet effet richesse est d'autant plus élevé que les anticipations de croissance sont optimistes, et que l'utilité marginale décroît rapidement.

La troisième composante décrit un effet de précaution. Par (4), le taux d'actualisation est décroissant en l'espérance d'utilité marginale future. Comme l'utilité marginale est convexe avec la consommation, une augmentation de l'incertitude sur la consommation future augmente la valeur d'un euro supplémentaire en t , telle que mesurée par l'espérance de l'utilité mar-

ginale¹. L'incertitude réduit donc le taux d'actualisation. Exactement comme les ménages augmentent leur épargne lorsque leurs revenus futurs deviennent plus aléatoires, au niveau collectif, il est efficace d'accroître les investissements en situation d'incertitude macroéconomique. Cet effet précaution est croissant avec la volatilité σ de la croissance du PIB par habitant.

Calibrons l'équation (6). Durant le vingtième siècle, la croissance réelle du PIB par habitant a été en moyenne de $\mu \approx 2\%$ par an², tandis que sa volatilité est estimée à $\sigma \approx 2\%$. Pour des raisons d'éthique intergénérationnelle, fixons $\delta = 0$. Finalement, quelle valeur de γ retenir pour cette calibration ? Ce choix revêt effectivement une importance considérable. Les études autant expérimentales qu'économétriques sont très nombreuses, mais apportent une réponse contrastée à cette question. Je ne chercherai pas ici à synthétiser ces travaux. Je propose donc de faire une analyse par introspection. Supposons que votre richesse soit sujette à un risque de gain ou de perte de $\alpha\%$. Quel pourcentage π de votre richesse êtes-vous prêt à payer pour éliminer ce risque ? Le tableau 1 lie votre réponse π à cette question à votre indice relatif γ de votre aversion au risque. Au vu de ce tableau, il semble raisonnable de choisir une valeur de γ comprise entre 1 et 4. Suivant Hall (1988), je choisis $\gamma = 2$, tout en reconnaissant que ce choix reste controversé.

Tableau 1. Prime de risque π et aversion relative au risque γ

	$\alpha = 10\%$	$\alpha = 30\%$
$\gamma = 0,5$	$\pi = 0,3\%$	$\pi = 2,3\%$
$\gamma = 1,0$	$\pi = 0,5\%$	$\pi = 4,6\%$
$\gamma = 4,0$	$\pi = 2,0\%$	$\pi = 16,0\%$
$\gamma = 10$	$\pi = 4,4\%$	$\pi = 24,4\%$
$\gamma = 40$	$\pi = 8,4\%$	$\pi = 28,7\%$

Avec de telles anticipations de croissance et de telles préférences intertemporelles, il est socialement efficace de choisir un taux d'actualisation de 3,92 %. L'effet richesse $\gamma\mu$ à lui seul conduit à sélectionner un taux d'actualisation de 4 %, tandis que l'effet précaution $0,5\gamma^2\sigma^2$ réduit ce taux de seulement 0,08 %. A court terme, l'incertitude est si faible qu'elle n'affecte pratiquement pas le taux d'actualisation socialement efficace.

1. Exactement comme le risque réduit l'espérance d'utilité si la fonction d'utilité est concave, ce risque augmente l'espérance d'utilité marginale si la fonction d'utilité marginale est convexe, ce qui est bien le cas pour la fonction considérée $u'(c) = c^{-\gamma}$.

2. Il est nécessaire de rappeler ici que μ désigne l'espérance de croissance du logarithme de la consommation, qui est différent de l'espérance $\hat{\mu}$ du taux de croissance de la consommation. En fait, par le Lemme d'Ito, on a que $\hat{\mu} = \mu + 0,5\sigma^2$. Comme σ est petit, la différence est faible.

Penchons-nous maintenant sur une question cruciale pour la problématique du développement durable : faut-il choisir un taux d'actualisation plus faible pour actualiser des cash-flow plus éloignés dans le temps ? D'un point de vue théorique, rien n'interdit a priori que ce taux r_t décroisse avec t . Néanmoins, la formule (6) nous montre que, sous la spécification étudiée ci-dessus, le taux d'actualisation est indépendant de l'horizon temporel. Il faut comprendre que les effets richesse et de précaution jouent en sens opposés lorsqu'on modifie la maturité étudiée. Plus on s'éloigne dans le temps, plus l'espérance de c_t est grande, ce qui doit nous inciter à choisir un taux d'actualisation croissant avec l'horizon temporel. Par contre, plus on s'éloigne dans le temps, plus l'incertitude sur c_t est importante, ce qui doit nous inciter à choisir un taux d'actualisation décroissant avec l'horizon temporel. Dans le cas où $u'(c) = c^{-\gamma}$ et où la croissance du logarithme de la consommation suit un Brownien constant, l'équation (6) montre que ces deux effets s'annihilent l'un l'autre.

Gollier (2002b) relâche l'hypothèse $u'(c) = c^{-\gamma}$, tandis que Weitzman (2004) et Gollier (2004) relâchent l'hypothèse de mouvement Brownien constant. Deux justifications émergent qui peuvent justifier un taux d'actualisation décroissant. La première porte sur l'hypothèse d'un décrochage du trend de croissance μ d'un niveau élevé durant les T premières périodes à un trend de croissance μ' plus faible au-delà. Dans ce cas, les taux d'actualisation socialement efficace de court terme et de long terme correspondront à la formule (6) utilisée respectivement avec μ et μ' . La structure par terme du taux d'actualisation est donc décroissante dans ce cas, exactement comme la « yield curve » sur les marchés financiers peut être inversée lorsque l'on anticipe un retournement conjoncturel en phase haute du cycle macroéconomique.

La deuxième justification d'un taux d'actualisation décroissant est basée sur l'existence d'une relation convexe entre la variance de c_t et t , alors qu'elle était linéaire dans le cas Brownien constant. Il s'agit donc d'une situation où le risque est relativement plus important à long terme qu'à court terme, ceci par rapport au cas Brownien constant. Dans une telle situation, l'effet précaution va dominer à long terme, ce qui nous incite à choisir un taux d'actualisation plus petit à long terme qu'à court terme. Une telle situation se présente par exemple lorsqu'il existe une incertitude sur le paramètre μ du trend de croissance. Il semble en effet irréaliste de supposer que l'économie croîtra pour toujours autour d'un trend de 2 %. Supposons alternativement que ce trend puisse prendre une valeur parmi n valeurs possibles μ_i , $i = 1, \dots, n$, respectivement avec probabilité p_1, \dots, p_n . Dans ce cas, on obtient immédiatement une généralisation de la formule (5) :

$$\frac{Eu'(c_t)}{u'(c_0)} = \sum_{i=1}^n p_i \frac{E[u(c_t)|\mu = \mu_i]}{u'(c_0)} = \sum_{i=1}^n p_i \exp(-\gamma(\mu_i t - 0,5\sigma^2 t)) \quad [7]$$

En utilisant la formule (4), on obtient la proposition suivante.

Proposition (Gollier (2004)) : *Lorsqu'il existe une incertitude sur le trend de croissance m du logarithme de la consommation par habitant, le taux d'actualisation r_t socialement efficace s'écrit comme suit :*

$$r_t = \delta - 0,5\gamma^2 \sigma^2 - \frac{1}{t} \ln \left(\sum_{i=1}^n p_i \exp(-\gamma \mu_i t) \right). \quad [8]$$

Contrairement au cas Brownien constant décrit par la formule (6), le taux d'actualisation est ici une fonction de l'horizon temporel t . On peut vérifier que cette fonction est décroissante en t , avec un taux à très court terme égal à :

$$r_{t \rightarrow 0} = \delta + \gamma \left(\sum_{i=1}^n p_i \mu_i \right) - \frac{1}{2} \gamma^2 \sigma^2,$$

et un taux à long terme qui tend vers :

$$r_{t \rightarrow \infty} = \delta + \gamma \min_i \mu_i - \frac{1}{2} \gamma^2 \sigma^2.$$

Ainsi, si on pense qu'il y a autant de chance que le trend de croissance soit de 1 % ou 3 %, le taux d'actualisation socialement efficace est égal à 3,92 % à court terme, mais est égal à seulement 1,92 % à long terme. En fait, dans une telle configuration, il est facile de vérifier que l'utilisation de la formule (8) dans le calcul économique revient à calculer la VAN deux fois, une fois avec un taux constant de 5,92 % et une fois avec un taux constant de 1,92 %, et de prendre comme VAN effective la moyenne de ces deux valeurs actualisées. Mathématiquement, ceci revient au même que de calculer la VAN une seule fois, mais avec le taux d'actualisation décroissant (8). La méthode basée sur la moyenne des VAN est évidemment singulièrement plus facile à mettre en œuvre.

3. Prise en compte du risque du projet

Revenons à la formule (1) qui définit la VAN du projet, et intéressons-nous maintenant au risque du projet lui-même. On peut interpréter B_t dans la formule (1) comme le « bénéfice équivalent certain » à imputer au projet à la date t , et donc à actualiser au taux r_t . La formule (3) caractérise la manière dont ce bénéfice équivalent certain doit être calculé. Le cas le plus simple correspond à la situation où le risque du projet est indépendant du risque macroéconomique, c'est-à-dire lorsque X_t et c_t sont deux variables indépendantes. Dans ces circonstances, on a que $EX_t u'(c_t)$ est égal à $EX_t Eu'(c_t)$, ce qui implique par (3) que $B_t = EX_t$. Ceci nous donne le résultat de Arrow et Lind (1970), que l'on peut résumer de la façon suivante.

Proposition (Arrow et Lind (1970)) : *Lorsque le risque du projet est non corrélé au risque macroéconomique, l'évaluation de ce projet doit se faire en neutralité au risque, c'est-à-dire que $B_t = EX_t$.*

Le problème est plus délicat lorsque le risque du projet est corrélé au risque macroéconomique, ceci malgré l'hypothèse de grande taille de la population. En fait, on peut réécrire la formule (3) comme :

$$B_t = EX_t + \text{cov} \left(X_t, \frac{u'(c_t)}{Eu'(c_t)} \right). \quad [9]$$

Il est utile de rappeler ici que l'utilité marginale de la consommation est décroissante. En conséquence, cette formule indique que le bénéfice équivalent certain B_t est plus petit que le bénéfice espéré EX_t si les bénéfices du projet sont positivement corrélés avec la croissance économique, comme on peut le supposer dans la plupart des cas.

Proposition (MEDAF) : *Lorsque le risque du projet est positivement corrélé au risque macroéconomique, l'évaluation de ce projet doit intégrer une prime de risque qui réduit la valorisation du bénéfice futur à actualiser, ceci malgré la dissémination du risque du projet dans une population très large.*

On a l'habitude d'opérationnaliser cette théorie en utilisant une approximation de la formule (9). Soit C_t l'espérance de c_t . L'approximation de Taylor du premier degré de $u'(c_t)$ autour de C donne $u'(C_t) + (c_t - C_t)u''(C_t)$. Approximons par ailleurs $Eu'(c_t)$ par $u'(C_t)$. On peut donc approximer B_t par :

$$B_t \approx EX_t - \gamma \frac{\text{cov}(X_t, c_t)}{Ec_t} \quad [10]$$

où γ est le coefficient d'aversion relatif pour le risque $\gamma = -C_t u''(C_t)/u'(C_t)$. Ainsi, la « prime de risque » est croissante en l'aversion au risque du consommateur représentatif et en la covariance entre le rendement du projet et le PIB/hbt, résultat classique du Modèle d'Evaluation Des Actifs Financiers (MEDAF).

Jusqu'à maintenant, j'ai supposé que la décision consistait soit à mettre en œuvre le projet d'investissement immédiatement, soit à l'abandonner définitivement. En réalité, dans la plupart des cas, il est possible de ne pas investir immédiatement, mais de conserver l'option d'investir ultérieurement. Or, reporter un investissement dans le temps, c'est rendre possible l'acquisition d'informations supplémentaires sur sa rentabilité sociale. Ainsi, même si un projet a une VAN positive, il peut être socialement efficace de reporter cet investissement dans l'attente de ces informations.

Pour illustrer, considérons un projet d'investissement de coût initial I irréversible supporté à la date de mise en œuvre de l'investissement, et qui génère un bénéfice unique R aléatoire à la date suivant cette mise en œuvre. Supposons néanmoins que cet aléa soit indépendant du risque macroéconomique, de manière à ce que nous puissions utiliser une évaluation neutre au risque. Finalement, on sait qu'en date $t = 1$ une information s non corrélée

lée avec le risque macroéconomique sera disponible, ce qui permettra au planificateur de réviser la distribution du bénéfice R . Comparons deux stratégies. La première stratégie consiste à investir immédiatement, ce qui génère une VAN égale à :

$$H_0 = -I + e^{-r_1} ER.$$

La deuxième stratégie consiste à reporter la décision d'investissement à la date $t = 1$. Evidemment, on utilise à cette date l'information disponible, et on investit que si :

$$-I + e^{-r_1} E[R|s]$$

est positif. En conséquence, la stratégie de report génère en $t = 0$ une espérance de VAN égale à :

$$H_1 = e^{-r_1} E \max [0, -I + e^{-r_1} E[R|s]] > 0.$$

On voit qu'il faut investir immédiatement non pas si la VAN espérée H_0 est positive, mais plutôt si H_0 est plus grand que H_1 . H_1 est la « valeur d'option » de report. Dans certaines applications, elle peut être très élevée. Son calcul nécessite souvent la mise en œuvre de techniques d'optimisation dynamique stochastique relativement complexes. Elles sont utilisées dans un certain nombre de grandes entreprises privées, en particulier dans le domaine de la production minière et de la pharmacie, mais leur utilisation reste embryonnaire dans le secteur public malgré leur importance cruciale dans certains domaines comme l'énergie, les transports ou les télécommunications. De très importants développements, à la fois théorique et empiriques, ont été réalisés dans ce domaine depuis les travaux pionniers d'Henry (1974) et Arrow et Fischer (1974). Les lecteurs intéressés pourront se reporter sur le livre récent de Smit et Trigeorgis (2004) pour de plus amples analyses. Devezeaux et Gollier (2001) ont développé une application dans le domaine de la valorisation de la réversibilité du site de stockage de déchets nucléaires.

4. Un point de vue personnel sur la pratique de l'actualisation, la pression des lobbies et la politique d'investissements publics

Dans une économie française où l'état s'endette à un taux réel proche de zéro pourcent, et où les ménages acceptent de sacrifier une partie de leur consommation immédiate par l'épargne dans des livrets A de rendement réel lui aussi pratiquement nul, c'est une réforme de bon sens que de ré-

duire le taux d'actualisation de 8 à 4 %. Il n'est en fait pas même nécessaire de faire les développements ci-dessus pour comprendre que la mise en œuvre d'un projet d'investissement public dont la rentabilité réelle certaine serait, disons, de 6 % par an va augmenter le bien-être du citoyen. En effet, si les ménages acceptent de sacrifier une partie de leur consommation courante pour investir à taux nul, ils seront a fortiori prêts à faire de même pour une rentabilité de 6 %. Si l'état décide l'abandon de ce projet, cela constitue donc au mieux un manque de clairvoyance, d'une preuve d'incompétence de l'état, ou d'une gestion de mauvais père de famille. C'est particulièrement vrai dans le cas de grands projets d'infrastructure où la perte sociale exprimée en euros plutôt qu'en pourcents est potentiellement considérable.

Pourtant, la baisse du taux d'actualisation en France a suscité une réaction unanime pour proclamer que seul un petit sous-ensemble de projets à rentabilité interne réelle certaine supérieure à 4 % pourra être réalisé. Ma première réaction fut de considérer cette attitude inadmissible de la part de hauts fonctionnaires de l'état dont la mission est de promouvoir le bien collectif. A bien y réfléchir, et en écoutant les différents points de vue, je dois conclure sur une attitude plus nuancée, qui milite en faveur d'un travail approfondi de pédagogie en faveur d'une meilleure utilisation de l'analyse coût-bénéfice dans notre pays. Discutons ces points de vue.

L'argument standard consiste à dire qu'il existe tant de projets publics dont le rendement réel équivalent certain est supérieur à 4 % que la réalisation de ces projets créerait un très important déficit public. Cet argument ne me satisfait pas, et ceci pour plusieurs raisons. D'abord, je n'ai trouvé personne disposant d'information fiable sur l'élasticité de la demande de fonds publics à la baisse du taux d'actualisation. Existe-t-il tant de projets dont la rentabilité est comprise entre 4 et 8 % ? Ensuite, faire appel à une contrainte budgétaire exogène n'est intellectuellement pas très satisfaisant. S'il existe réellement beaucoup de projets publics à 6 %, une plateforme électorale devrait être aisément trouvée pour renverser un gouvernement qui s'opposerait à leur réalisation. Et si l'état est contraint par des engagements internationaux (Maastricht), de tels projets devraient être facilement délégués et financés par le secteur privé, comme cela se fait actuellement à travers le développement des partenariats public/privé.

Mais en fait, je pense que le vrai problème ne se trouve pas là. Le non-dit, c'est qu'un taux d'actualisation élevé a été imposé par le passé en France pour faire face à la surestimation systématique de la rentabilité réelle des projets par les lobbys désireux de voir leur réalisation par l'état. En clair, puisque les projets sont annoncés avec une rentabilité supérieure, disons de 4 %, à leur rentabilité réelle par les lobbys, l'état affiche un taux d'actualisation de 8 % plutôt que de 4 %. Dans cette perspective, la proposition du Commissariat Général au Plan serait une catastrophe pour la gestion des fonds publics si cette réforme n'était pas combinée à un très gros effort de renforcement des capacités publique d'analyse coût-bénéfice, de manière à contrer l'excès d'optimisme stratégique des lobbys. Cet optimisme stratégique est d'autant plus difficile à combattre que la quantification des risques est délicate. L'accroissement de cette capacité d'expertise nécessite donc non seulement des hommes, mais aussi des données. L'état ne semble pas s'apprêter à offrir l'un ou/et l'autre.

Plus pernicieuse est l'idée qu'il faudrait ne faire que le bilan financier, plutôt que le bilan socio-économique, des projets d'investissement. Dans un bilan financier, on ne tient compte que des flux purement monétaires, c'est-à-dire que l'on ne tient compte que des euros qui rentrent et sortent des caisses publiques. C'est faire abstraction d'un grand nombre de coûts et bénéfices des actions publiques que l'état est incapable (ou qu'il refuse) de faire financer par l'usager : décès évités, pollution éliminée, temps gagné, patrimoine préservé,... Quelle déchéance de l'analyse économique que de ne considérer parmi les coûts et bénéfices que ceux qui correspondent à des flux financiers. Le planificateur public se doit en effet tenir compte de l'ensemble de l'impact de ses actions sur le bien-être de ses administrés. Pour l'intérêt commun, il est nécessaire de combattre cette tentative d'affaiblissement du calcul économique. Si dans une perspective de partenariat public/privé, certains opérateurs privés désirent calculer leur intérêt financier à leur contribution au projet, rien ne leur interdit de calculer un bilan financier privé. Mais l'état s'intéressera seulement et entièrement au bilan socio-économique.

Mais cette réticence à faire le bilan socio-économique ne provient-elle pas d'une tension diffuse sur les valeurs tutélaires ? Prenons l'exemple de deux projets d'infrastructure de transport, A et B. Les deux projets ont une rentabilité réelle certaine de 6 %. Le bénéfice du projet A est purement financier. Le bénéfice du projet B provient pour l'essentiel d'un gain de temps pour les usagers et d'un certain nombre de vies gagnées. Le taux de 6 % est obtenu dans ce cas en utilisant les valeurs tutélaires du temps et de la vie (1 million d'euros). Il m'a semblé qu'il existe un biais en faveur du projet A sur le projet B. Le taux de 6 % du projet B, parce qu'il ne proviendrait pas d'un flux financier réel, semble prêter à caution. Si tel est le cas, c'est que les valeurs tutélaires ont été mal choisies. Celles-ci devraient alors faire l'objet soit d'une réévaluation, soit d'un effort de pédagogie.

Il ressort aussi que les services de l'état se trouvent dans l'incapacité actuellement d'évaluer le risque des projets d'investissement dont il dispose. Or, il est entendu que la plupart de ceux-ci sont risqués, et certains sont même très risqués. De plus, ces risques sont en général fortement corrélés avec l'activité économique générale, de telle sorte que le théorème d'Arrow-Lind ne s'applique pas. La logique du calcul économique nécessite dès lors de déduire des flux socio-économiques espérés des primes de risque calculées selon les principes du Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers. Ces primes de risque viennent évidemment amputer l'attractivité socio-économique des projets publics, et la rentabilité réelle équivalent certaine. Il me semble que la prise en compte du risque devrait fortement réduire le nombre de projets publics passant le test de la VAN équivalent-certain positive avec un taux d'actualisation de 4 %. Ce sentiment provient de l'analogie avec le secteur privé. Sur le marché américain tout au long du XX^e siècle, la rentabilité réelle des actifs sans risque a été de 1 % par an. Par contre, la rentabilité réelle moyenne des actions a été de 6.5 % par an. Cela nous donne une prime exigée par les agents économiques pour compenser le risque de 5.5 % par an (paradoxe de la prime de risque) ! L'incapacité de l'état à évaluer les risques pose alors un réel challenge à l'utilisation efficace des fonds publics. Cette incapacité est d'autant plus surprenante que des

institutions de bien plus petite taille telles que les banques, ont pour la plupart développé depuis 40 ans des outils opérationnels pour mesurer et évaluer les risques. Si une telle incapacité des services de l'état devait persister, la solution de second-rang consisterait à accroître le taux d'actualisation. Il s'agirait d'une solution très inefficace, parce que l'hétérogénéité portant sur l'intensité des risques des différents projets est a priori élevée.

L'ensemble de ces commentaires convergent pour demander soit une hausse des moyens d'évaluation de l'état français, soit un abandon de la politique a priori efficace d'un taux d'actualisation faible à 4 %.

*
* * *

Le risque intervient dans deux dimensions très différentes du calcul économique. Il intervient dans le choix du taux d'actualisation, car l'incertitude macroéconomique doit avoir un impact sur le niveau général de nos efforts pour améliorer notre bien-être futur ainsi que celui des générations qui nous succéderont. Le risque intervient aussi dans l'évaluation des bénéfices des investissements considérés. Seuls les investissements dont les risques sont indépendants du risque macroéconomique et sur lesquels on n'anticipe pas d'information nouvelle sur leur rentabilité sociale escomptée doivent être évalué en supposant la neutralité au risque. Si leur rentabilité sociale est corrélée positivement au risque macroéconomique, il est nécessaire de réduire les cash-flows à actualiser d'une prime de risque, en utilisant les formules du MEDAF. Si des informations nouvelles sont anticipées à l'avenir sur cette rentabilité sociale, il faut intégrer dans la VAN du projet une valeur d'option de report de cet investissement.

L'abandon de la règle consistant à imposer un taux d'actualisation élevé pour tenir compte du risque a été rendu nécessaire pour des raisons à la fois de transparence et d'efficacité, étant donné la diversité des incertitudes des différents projets d'investissement public. Par contre, cet abandon complique singulièrement la tâche des évaluateurs. Il est maintenant nécessaire dans le calcul économique d'estimer les relations statistiques entre le rendement social du projet et le risque macroéconomique. En outre, il peut être nécessaire de modéliser la résolution dans le temps de l'incertitude sur ce rendement. Face à cette complexité et aux enjeux du calcul économique public, il est probablement nécessaire aujourd'hui de réfléchir à la constitution d'une capacité d'expertise et de contre-expertise dans ce domaine.

Annexe

Preuve que la formule d'approximation d'Arrow-Pratt pour la prime de risque est exacte pour une fonction d'utilité exponentielle et une distribution normale

Supposons que $u(z) = -\exp(-Az)$, où A est une constante, et que z soit une variable aléatoire normalement distribuée de moyenne μ et de variance σ^2 . On a que :

$$Eu(z) = \frac{-1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int \exp(-Az) \exp\left(-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dz.$$

En réorganisant les termes, on obtient :

$$Eu(z) = -\exp\left(-A\left(\mu - \frac{A\sigma^2}{2}\right)\right) \frac{-1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int \exp\left(-\frac{(z - (\mu - A\sigma^2))^2}{2\sigma^2}\right) dz.$$

En tenant compte que l'intégrale de la densité est égale à un, on obtient que :

$$Eu(z) = -\exp\left(-A\left(\mu - \frac{A\sigma^2}{2}\right)\right) = u\left(\mu - \frac{A\sigma^2}{2}\right).$$

On conclut que l'équivalent certain de z est égal à $\mu - 0,5A\sigma^2$, qui est la formule d'Arrow-Pratt.

Références bibliographiques

- ARROW K.J., et LIND R.C. [1970], Uncertainty and the evaluation of public investment decision, *American Economic Review*, 60, 364-378.
- ARROW K.J. and FISCHER A.C. [1974], Environmental preservation, uncertainty and irreversibility, *Quarterly Journal of Economics*, 88, 312-319.
- COCHRANE J. [2001], *Asset Pricing*, Princeton University Press.
- CONSTANTINIDES G. M. [1982], Intertemporal asset pricing with heterogenous consumers, and without demand aggregation, *Journal of Business*, 55, 253-267.
- COX J., INGERSOLL J. and ROSS S. [1985], A theory of the term structure of interest rates, *Econometrica*, 53, 385-403.
- DEVEZEAUX de LAVERGNE J.G. et GOLLIER C. [2001], Analyse quantitative de la réversibilité du stockage des déchets nucléaires : Valorisation des déchets, *Economie et Prévision*, 149.
- DIMSON E., MARSH P. et STAUNTON M. [2000], *The Millenium book : A century of investment returns*, ABN-AMRO, Londres, <http://www.abnamro.com>.
- GOLLIER C. [2001a], Wealth inequality and asset pricing, *The Review of Economic Studies*, 68, 181-203.
- GOLLIER C. [2001b], *The economics of risk and time*, MIT Press, Cambridge, MA.
- GOLLIER C. [2002a], Discounting an uncertain future, *Journal of Public Economics*, 85, 149-166.
- GOLLIER C. [2002b], Time horizon and the discount rate, *Journal of Economic Theory*, 107, 463-473.
- GOLLIER C. [2004], The consumption-based determinants of the term structure of discount rates, mimeo, université de Toulouse.

- GUESNERIE R. [2004], Calcul économique et développement durable, mimeo, Paris Sciences Economiques.
- HALL R.E. [1988], Intertemporal substitution of consumption, *Journal of Political Economy*, 96, 221-273.
- HENRY C. [1974], Investment decisions under uncertainty : the irreversibility effect, *American Economic Review*, 64, 1006-1012.
- LUCAS R. [1978], Asset prices in an exchange economy, *Econometrica*, 46, 1429-46.
- SMIT H.T.J. et TRIGEORGIS L. [2004], *Strategic investment : Real options and games*, Princeton University Press.
- VASICEK O. [1977], An equilibrium characterization of the term structure, *Journal of Financial Economics*, 5, 177-188.
- WEITZMAN M.L. [2004], Statistical discounting of an uncertain distant future, mimeo, Harvard University.